Modélisation et spécification – Master 2 Informatique
TD 1 : Logique temporelle LTL-

On veut exprimer des propriétés avec la logique temporelle LTL-.

Les formules se construisent selon la grammaire :

$\phi ::= \mathit{proposition} \mid \phi \vee \phi \mid \phi \wedge \phi \mid \neg\phi \mid \mathbf{X}\phi \mid \mathbf{F}\phi \mid \mathbf{X}^{-1}\phi \mid \mathbf{F}^{-1}\phi$

Elles s'interprètent sur une position $i \in \mathbf{N}$ le long d'une exécution ρ d'un STE $\mathcal{S} = (Q, Act, q_0, \rightarrow, AP, L)$. On rappelle la sémantique vue en cours :

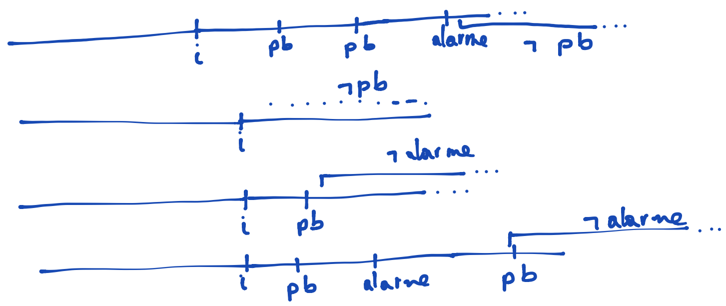
— $\rho, i \models p$ ssi $p \in L(\rho(i))$ (c'est-à-dire p est une proposition de l'état $\rho(i)$).
— $\rho, i \models \phi \wedge \psi$ ssi $\rho, i \models \phi$ et $\rho, i \models \psi$
— $\rho, i \models \phi \vee \psi$ ssi $\rho, i \models \phi$ ou $\rho, i \models \psi$
— $\rho, i \models \neg\phi$ ssi $\rho, i \not\models \phi$
— $\rho, i \models \mathbf{X}\phi$ ssi $\rho, i+1 \models \phi$
— $\rho, i \models \mathbf{F}\phi$ ssi $\exists j \geq i : \rho, j \models \phi$
— $\rho, i \models \mathbf{X}^{-1}\phi$ ssi $i > 0$ et $\rho, i-1 \models \phi$
— $\rho, i \models \mathbf{F}^{-1}\phi$ ssi $\exists 0 \leq j \leq i : \rho, j \models \phi$

Et on définit aussi $\mathbf{G}$ par $\neg\mathbf{F}\neg$ et $\mathbf{G}^{-1}$ par $\neg\mathbf{F}^{-1}\neg$.

Exercice 1 : *Evaluer les formules*

Pour chaque formule ci-dessus, (1) donner deux modèles différents vérifiant la formule et deux modèles ne vérifiant pas la formule, et (2) écrire en français ce que la formule signifie.

Par exemple, pour $\mathbf{G}(\texttt{pb} \Rightarrow \mathbf{F}\texttt{alarme})$, on pourrait donner les modèles ci-dessous :



Et dire : "tout état vérifiant `pb` est suivi plus tard par un état vérifiant `alarme`."

1. $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{X}b)$
2. $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{X}b) \wedge \mathbf{F}(a \wedge \mathbf{X}\neg b)$
3. $\mathbf{G}(a \Rightarrow \mathbf{X}^{-1}b)$
4. $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{X}^{-1}\mathbf{G}^{-1}\, b)$
5. $(\mathbf{GF}\, a) \vee (\mathbf{FG}\neg\, a)$
6. $(\mathbf{GF}\, a) \wedge (\mathbf{GF}\, b)$
7. $(\mathbf{GF}\, a) \Rightarrow (\mathbf{GF}\, b)$
8. $\mathbf{G}(\texttt{pb} \Leftrightarrow \mathbf{X}\,\texttt{alarme})$
9. $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{X}\,\mathbf{F}\,(a \wedge \mathbf{XF}\, a))$
10. $\mathbf{G}(\texttt{alarme} \Leftrightarrow \mathbf{F}\,\texttt{pb})$