Automates avancés – Master 1 Informatique
TD 3 : Déterminisation et Minimisation d'automates

Exercice 1 :
Déterminiser les automates $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$.

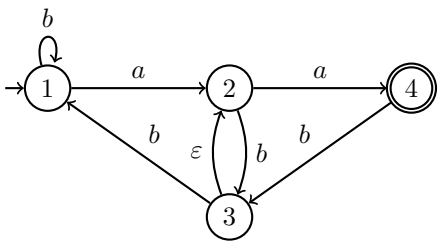

FIGURE 1 – Automate $\mathcal{A}_1$

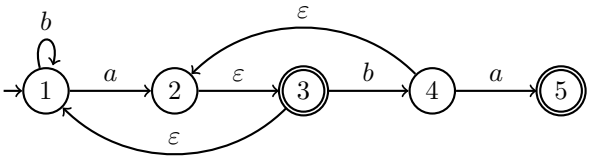

FIGURE 2 – Automate $\mathcal{A}_2$

Exercice 2 :
En appliquant l'algorithme de Moore, minimisez les automates $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$ et $\mathcal{A}_5$.

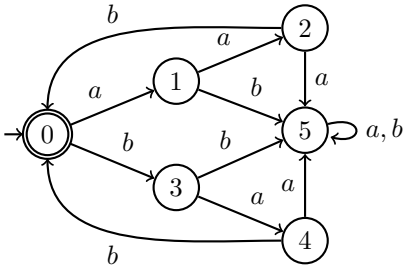

FIGURE 3 – Automate $\mathcal{A}_3$

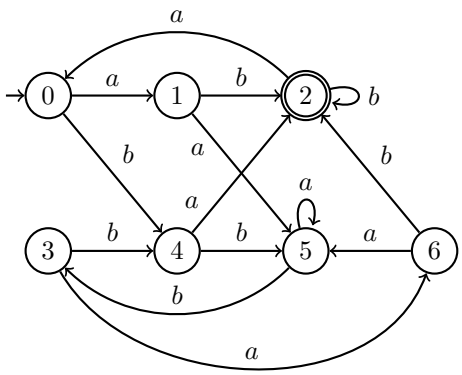

FIGURE 4 – Automate $\mathcal{A}_4$

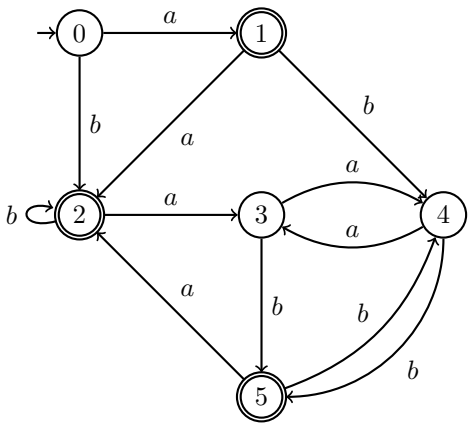

FIGURE 5 – Automate $\mathcal{A}_5$

Exercice 3 :
Déterminisez et minimisez l'automate $\mathcal{A}_6$.

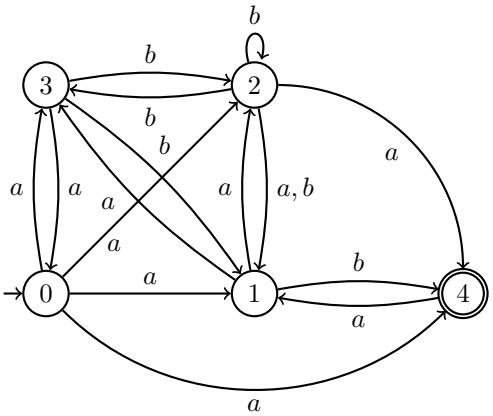

FIGURE 6 – Automate $\mathcal{A}_6$

Exercice 4 :

Le but de cet excice est de montrer qu'il existe des automates qui nécessitent un nombre exponentiel d'états par rapport à leur version non-déterministe.

1. Étant donné un entier $n \geq 1$, construisez un automate non-déterministe $\mathcal{B}_n$ sur l'alphabet $A := \{a, b\}$ avec au plus $n + 1$ états et reconnaissant les mots de longueur supérieure à n tels que la n-ième lettre en partant de la fin est un a.
2. Déterminiser $\mathcal{B}_4$. Combien d'états l'automate déterministe possède-t-il ? Qu'en est-il dans le cas $\mathcal{B}_5$?
3. Pour $n \geq 1$, on suppose que l'automate déterministe reconnaissant le même langage que $\mathcal{B}_n$ est $\mathcal{C}_n = (Q, A, E, i, F)$. On veut montrer qu'il possède 2^n états. Pour tout mot $u \in A^*$, on note $E^*(i, u)$ l'état où l'on arrive en lisant le mot u. Soient u et v deux mots distincts de longueur n. Montrez que $E^*(i, u) \neq E^*(i, v)$ (*Indication : trouvez un mot w tel que uw soit reconnu et pas vw*).
4. Combien y-a-t il de mots de longueurs n sur l'alphabet A ?
5. Vous pouvez alors conclure.