

## Automates avancés – Master 1 Informatique

### TD 9 : Automates de Büchi

**Exercice 1 :**

Donnez les automates de Büchi correspondant aux langages suivants sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  :

1.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ contient au moins une fois le motif } ab\}$ .
2.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ contient un nombre infini de fois le motif } ab\}$ .
3.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ contient un nombre fini de fois le motif } ab\}$ .
4.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ contient au moins une fois le motif } ab \text{ et au moins un fois le motif } ac\}$ .
5.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid \text{si } w \text{ contient un nombre infini de } a \text{ alors il contient un nombre infini de } b\}$ .
6.  $\Sigma^+(aaaa)^\omega$ .

**Exercice 2 :**

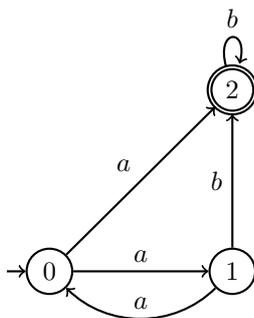


FIGURE 1 – Automate  $\mathcal{A}_1$

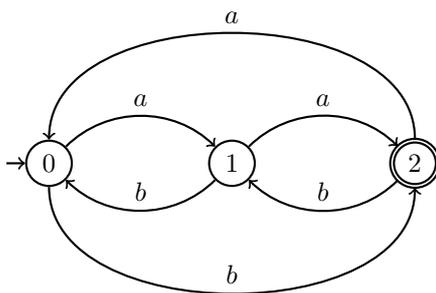


FIGURE 2 – Automate  $\mathcal{A}_2$

On considère les automates de Büchie  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$ .

1. A-t-on  $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) = \emptyset$  ?
2. Est-ce-que  $\mathcal{A}_1$  accepte le mot infini  $a^\omega$  ?
3. Est-ce-que  $\mathcal{A}_1$  accepte le mot infini  $a(b)^\omega$  ?
4. Est-ce-que  $\mathcal{A}_2$  accepte le mot infini  $(abb)^\omega$  ? Si oui, décrivez une exécution de l'automate acceptant ce mot.

5. Construire un automate de Büchi  $\mathcal{A}'$  reconnaissant le langage  $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$ .
6. A-t-on  $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2) = \emptyset$ ?

**Exercice 3 :**

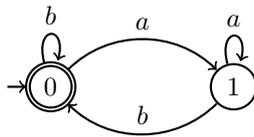


FIGURE 3 – Automate  $\mathcal{A}_3$

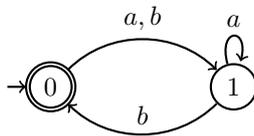


FIGURE 4 – Automate  $\mathcal{A}_4$

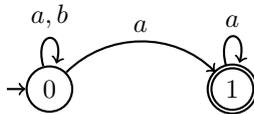


FIGURE 5 – Automate  $\mathcal{A}_5$

Donner le langage accepté par les automates de Büchi  $\mathcal{A}_3$ ,  $\mathcal{A}_4$  et  $\mathcal{A}_5$ .

**Exercice 4 :**

Pour un mot infini  $w$ , on note  $Inf(w)$  l'ensemble des lettres apparaissant un nombre infini de fois dans  $w$ . Construire l'expression régulière et l'automate de Büchi pour les langages suivants sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  :

1.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid Inf(w) \subseteq \{a, b\}\}$ .
2.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid Inf(w) = \{a, b\}\}$ .
3.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid \{a, b\} \subseteq Inf(w)\}$ .
4.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid Inf(w) = \{a, b, c\}\}$ .
5.  $\{w \in \Sigma^\omega \mid \text{si } a \in Inf(w) \text{ alors } \{b, c\} \subseteq Inf(w)\}$ .

**Exercice 5 :**

Donner les expressions régulières et les automates de Büchi correspondant aux deux langages suivants sur l'alphabet  $\{a, b\}$  :

1.  $\{w \in \{a, b\}^\omega \mid k \text{ est pair pour chaque sous-mot } ba^k b \text{ de } w\}$
2.  $\{w \in \{a, b\}^\omega \mid w \text{ ne contient pas } bab\}$