

Automates avancés – Master 1 Informatique
 TD 3 : Déterminisation et Minimisation d'automates

Exercice 1 :
 Déterminiser les automates \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 .

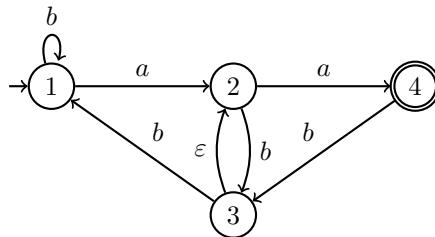


FIGURE 1 – Automate \mathcal{A}_1

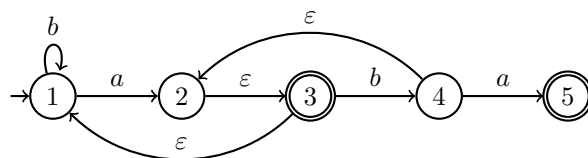


FIGURE 2 – Automate \mathcal{A}_2

Exercice 2 :
 En appliquant l'algorithme de Moore, minimisez les automates \mathcal{A}_3 et \mathcal{A}_4 .

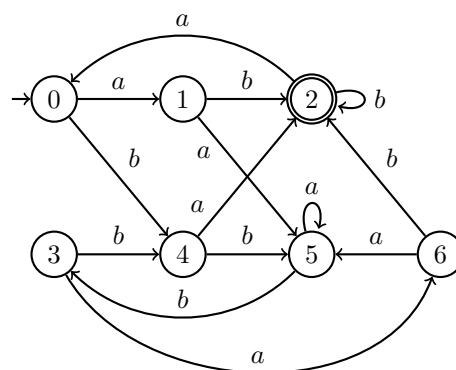


FIGURE 3 – Automate \mathcal{A}_3

Exercice 3 :
 En appliquant l'algorithme de Hopcroft, minimisez les deux automates \mathcal{A}_5 et \mathcal{A}_6 .

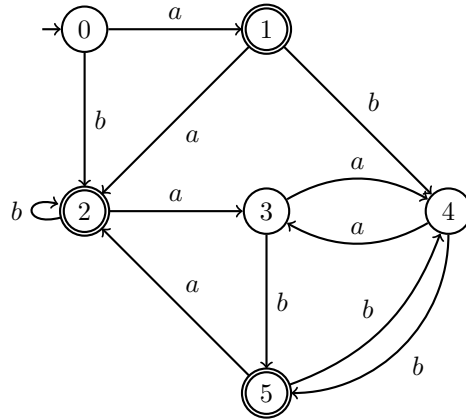


FIGURE 4 – Automate \mathcal{A}_4

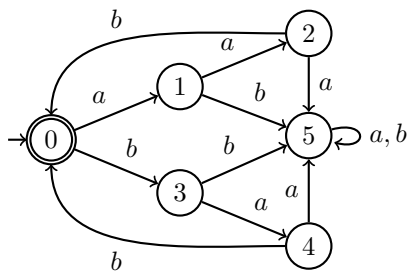


FIGURE 5 – Automate \mathcal{A}_5

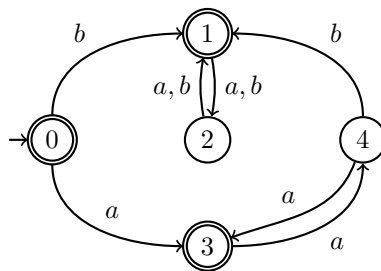


FIGURE 6 – Automate \mathcal{A}_6

Exercice 4 :

Déterminez et minimisez (en utilisant la méthode de votre choix) l'automate \mathcal{A}_7 .

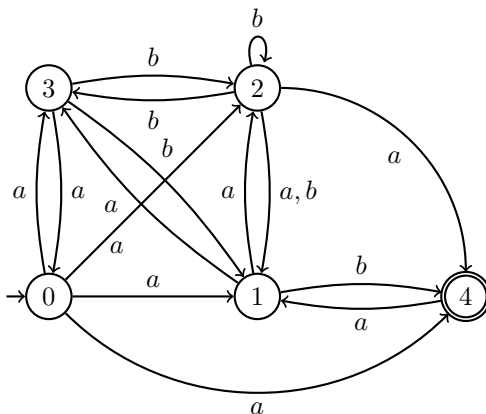


FIGURE 7 – Automate \mathcal{A}_7

Exercice 5 :

Le but de cet exercice est de montrer qu'il existe des automates qui nécessitent un nombre exponentiel d'états par rapport à leur version non-déterministe.

1. Étant donné un entier $n \geq 1$, construisez un automate non-déterministe \mathcal{B}_n sur l'alphabet $A := \{a, b\}$ avec au plus $n + 1$ états et reconnaissant les mots de longueur supérieure à n tels que la n -ième lettre en partant de la fin est un a .
2. Déterminer \mathcal{B}_4 . Combien d'états l'automate déterministe possède-t-il? Qu'en est-il dans le cas \mathcal{B}_5 ?
3. Pour $n \geq 1$, on suppose que l'automate déterministe reconnaissant le même langage que \mathcal{B}_n est $\mathcal{C}_n = (Q, A, E, i, F)$. On veut montrer qu'il possède 2^n états. Pour tout mot $u \in A^*$, on note $E^*(i, u)$ l'état où l'on arrive en lisant le mot u . Soient u et v deux mots distincts de longueur n . Montrez que $E^*(i, u) \neq E^*(i, v)$ (Indication : trouvez un mot w tel que uw soit reconnu et pas vw).
4. Combien y-a-t-il de mots de longueurs n sur l'alphabet A ?
5. Vous pouvez alors conclure.