Université Paris Diderot - Licence 3 Année 2011–2012

TD de Logique n° 11

Calcul des prédicats : Résolution

Exercice 1 (Résolution)

1. En utilisant le système de preuve par résolution, montrez que l'ensemble de formules suivantes, où a est une constante, est insatisfaisable :

$$\begin{array}{ll} \{ & \exists z.\ (q(f(z)) \wedge s(f(z), a)), \\ & \forall x.\forall y.\neg\exists z.\ (p(x, y) \wedge s(x, z)), \\ & [q(x) \wedge \exists y.(s(x, y))] \rightarrow [\exists y.(r(y) \wedge p(x, y))]\} \end{array}$$

2. Montrez, toujours avec la résolution, que la formule suivante, où a est une constante, est valide :

$$[\forall x.(p(a) \wedge (p(x) \rightarrow p(f(x))))] \rightarrow [\exists x.\ p(f(f(x)))]$$

Exercice 2 (Test d'occurrence, renommage et factorisation)

(a) Nécessité du test d'occurrence dans l'unification (*occur check*) :

(i) Donnez un modèle de la formule $(\forall x\ p(x, x)) \wedge (\forall y\ \neg p(y, f(y)))$.

(ii) Trouvez l'erreur dans le raisonnement suivant :
En unifiant $p(x, x)$ avec $p(y, f(y))$, on trouve l'unificateur principal $\{x/y,\ y/f(y)\}$. Donc c'est unifiable, et on obtient la clause vide par résolution.

(b) Nécessité du renommage :

Soit la formule $\forall x\ (p(x) \wedge \neg p(f(x)))$. Sa forme clausale est $\{p(x),\ \neg p(f(x))\}$. Trouvez l'erreur dans le raisonnement suivant :
Puisqu'on ne peut pas unifier $p(x)$ et $p(f(x))$ à cause du test d'occurrence, on ne peut pas déduire la clause vide par résolution à partir de $\{p(x), \neg p(f(x))\}$ et donc l'ensemble de formules est satisfaisable.

(c) Nécessité de la factorisation :

1. Que peut-on dire de la formule suivante ?

$$[(\forall x\ p(x)) \vee (\forall x'\ p(x'))]\ \wedge\ [(\forall y\ \neg p(y)) \vee (\forall y'\ \neg p(y'))]$$

2. Peut-on, à partir des deux clauses $\{p(x) \vee p(x'),\ \neg p(y) \vee \neg p(y')\}$, dériver la clause vide en utilisant la méthode de résolution sans utiliser la règle de factorisation ?