

M1 - T.D. 2 APS – CCS et Vérification

Bisimulations

EXERCICE 1 1. Calculer (par itérations) la plus grosse bisimulation associée à

$$\begin{array}{ll} p_1 = b.p_2 + a.p_3 & p_3 = c.p_4 \\ p_2 = c.p_4 & p_4 = b.p_2 + a.p_3 + a.p_1 \end{array}$$

2. Calculer (par itérations) la plus grosse bisimulation associée à

$$\begin{array}{l} p_1 = a.p_2 \\ p_2 = a.p_1 \\ p_3 = a.p_2 + a.p_4 \\ p_4 = a.p_3 + a.p_5 \\ p_5 = NIL \end{array} \quad \diamond$$

EXERCICE 2 Montrer en utilisant la technique des jeux que les processus p et q ne sont pas bisimilaires.

$$\begin{array}{ll} p = a.p_1 & q = a.q_1 + a.q_2 \\ p_1 = b.p_2 + c.p_3 & q_2 = a.q_3 \\ & q_3 = a.q_4 \\ & p_2 = p_3 = q_3 = q_4 = NIL \end{array} \quad \diamond$$

EXERCICE 3 1. Montrer en utilisant la technique des jeux que les processus p et q ne sont pas bisimilaires.

$$\begin{array}{ll} p = a.p_1 & q = a.q_1 + a.q_2 \\ p_1 = b.p_1 + b.p_2 & q_2 = a.q_2 \\ & q_1 = b.q_3 \\ & p_2 = q_3 = NIL \end{array}$$

2. Calculer (par itérations) la plus grosse bisimulation associée au système de la question précédente. \diamond

HML et HML récursive

EXERCICE 4 Dessiner le treillis complet des parties de $E = \{a, b, c\}$ ordonné par inclusion. trouver le sup et le inf de

- $\{a\}, \{b\}$
 - $\{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}$
 - $\{a\}, \{b\}, \{c\}$
 - $\{a\}, \{a, b\}, \{b\}$
- \diamond

EXERCICE 5 Soit E, \leq un treillis complet. Trouver $\sup \emptyset$ et $\inf \emptyset$. \diamond

EXERCICE 6 Pour chacun des couples de processus CCS p et q ci-dessous :

- (1) décider s'ils sont bisimilaires (fortement)
 - (2) s'ils ne le sont pas, trouver une formule HML qui les distingue ou un stratégie gagnante pour l'attaquant au jeu de bisimulation
 - (3) calculer itérativement la plus grosse bisimulation forte des systèmes de transitions correspondants
- $p = b.a.NIL + b.NIL$ et $q = b.(a.NIL + b.NIL)$

T.S.V.P.

- $p = a.b.c.NIL + a.b.d.NIL$ et $q = a.(b.c.NIL + b.d.NIL)$
- $p = a.NIL \parallel b.NIL$ et $q = a.b.NIL + b.a.NIL$
- $p = (a.NIL \parallel b.NIL) + c.a.NIL$ et $q = a.NIL \parallel (b.NIL + c.NIL)$ ◇

EXERCICE 7 On considère le système de transitions défini par $s_1 \xrightarrow{b} s_1$, $s_1 \xrightarrow{b} s$, $s_1 \xrightarrow{b} s_2$, $s_2 \xrightarrow{a} s_2$.

1. Quels états satisfont la formule $X = \langle a \rangle tt \vee [b] ff$?
2. Quels états satisfont la formule $Y = \langle a \rangle tt \vee ([b]Y \wedge \langle b \rangle tt)$? ◇

EXERCICE 8 On considère les processus p et q définis ci-dessous

$$\begin{aligned} p &= a.p_1 a p_2 & q &= a.q_1 \\ p_1 &= b.p_2 & q_1 &= a.q_1 \\ p_2 &= b.p_2 \end{aligned}$$

1. Calculer le plus grand (i.e. $X = \nu X. \langle b \rangle tt \wedge [b]X$) et le plus petit (i.e. $X = \mu X. \langle b \rangle tt \wedge [b]X$) point fixe de $X = \langle b \rangle tt \wedge [b]X$.
2. Calculer le plus grand (i.e. $X = \nu X. \langle b \rangle tt \vee \{a.b\}X$) et le plus petit (i.e. $X = \mu X. \langle b \rangle tt \vee \{a.b\}X$) point fixe de $X = \langle b \rangle tt \vee \{a.b\}X$. On pose : $\langle \{a.b\} \rangle X = \langle a \rangle X \vee \langle b \rangle X$ et $[[a,b]]X = [a]X \wedge [b]X$. ◇

EXERCICE 9 On considère les processus p, p_1, p_2, p_3 définis par :

$$b = b.p_1 \quad p_1 = b.p \quad p_1 = b.p_2 \quad p_2 = a.p_3 \quad p_3 = a.p_3$$

1. Montrer que $p \models X$ où $X = \mu X. \langle a \rangle tt \vee \langle b \rangle X$.
2. Montrer que $p \not\models X$ où $X = \nu X. \langle b \rangle tt \wedge [b]X$.
3. Montrer que $p_2 \models X$ où $X = \nu X. \langle a \rangle tt \wedge [a]X$.
4. Montrer que $p_1 \not\models X$ où $X = \mu X. \langle a \rangle tt \vee ([b]X \wedge \langle b \rangle tt)$. ◇

EXERCICE 10 On considère les processus de la figure 1 et les formules $F = \mu X. \langle a \rangle tt \vee \langle b \rangle X$, $G = \nu X. \langle b \rangle tt \wedge [b]X$ et $H = \nu X. \langle b \rangle tt \vee \langle b \rangle X$.

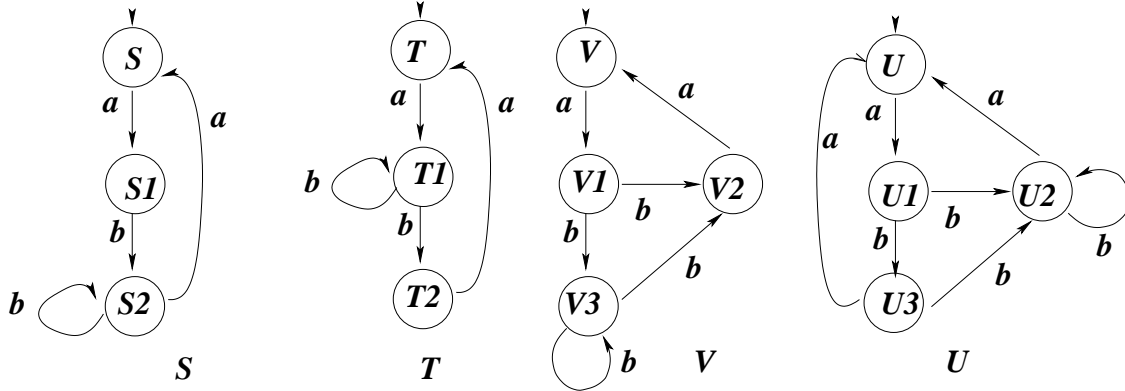


Figure 1

1. Montrer que $T_1 \models G$ et $V_1 \not\models G$.
2. Montrer que $S_1 \models F$ et $U_1 \models F$.
3. Quels sont les états satisfaisant H ? ◇