Optimisation Combinatoire - Travaux Dirigés n° 7

— *Maîtrise d'Informatique* —

Programmation linéaire

1 Formalisation

▶ **Exercice 1 Plan de fabrication**
Une usine fabrique deux sortes de produits p_1 et p_2 à l'aide de deux machines m_1 et m_2. Chaque unité de produit en cours de fabrication doit passer successivement sur les deux machines dans un ordre indifférent et pendant les temps suivants (en minutes)

	p_1	p_2
m_1	30	20
m_2	40	10

De plus, la machine m_1 est disponible 6000 min/mois et la machine m_2 est disponible 4000 min/mois. Le profit réalisé sur une unité de produit p_1 est de 400F. Le profit réalisé sur une unité du produit p_2 est de 200F. On souhaite trouver un plan de fabrication mensuelle qui maximise le profit.

1. Formaliser ce problème.
2. Trouver une solution graphique.

▶ **Exercice 2** Étudier les solutions du problème suivant

$$\text{Maximiser} \quad x_1 + x_2$$

sous les contraintes

$$\begin{cases} -2x_1 & +3x_2 & \leq & -4 \\ x_1 & +2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & -x_2 & \leq & 1 \\ x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2 Forme standard

Un problème de programmation linéaire est dit en *forme standard* s'il s'énonce de la manière suivante :

Maximiser une forme linéaire en n variables $x_1, x_2 \dots x_n$, les variables étant soumises

- à m contraintes linéaires : $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$ pour $i = 1, \dots, m$.
- aux n contraintes de positivité : $x_i \geq 0$ pour $i = 1, \dots, n$.

▶ **Exercice 3** Mettre sous forme standard les problèmes suivants

1. Maximiser $3x_1 - 5x_2$ sous les contraintes

$$\begin{cases} 4x_1 & +5x_2 & \geq & 3 \\ 6x_1 & -6x_2 & = & 7 \\ x_1 & +8x_2 & \leq & 20 \\ x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. Minimiser $3x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 + 5x_5$ sous les contraintes

$$\left\{ \begin{array}{llllll} 9x_1 & +2x_2 & +6x_3 & +5x_4 & +3x_5 & \leq & 7 \\ 8x_1 & +9x_2 & +7x_3 & +9x_4 & +3x_5 & \leq & 2 \\ x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0 & x_4 \geq 0 & & & \end{array} \right.$$