

Langages formels, calculabilité et complexité

Examen de rattrapage

25 avril 2013, durée 3h, sans documents

1 On applique les cours

Exercice 1 – Récursives primitives

Soient $\text{petit}(x)$ et $\text{grand}(x)$ le plus petit et le plus grand facteurs premiers de x . Montrer que les fonctions petit et grand sont récursives primitives.

Exercice 2 – Mots infinis

On considère le langage T de tous les mots infinis sur $\{a, b\}$ qui contiennent un nombre infini de b sur des positions impaires.

1. Trouver une expression ω -régulière définissant T .
2. Trouver un automate de Büchi reconnaissant T .
3. Trouver une formule MSO définissant T .

Exercice 3 – Un langage non-régulier

Le langage L consiste de tous les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui contiennent deux fois plus de a que de b .

1. Montrer que L n'est pas régulier.
2. Trouver une grammaire hors contexte qui génère L .
3. Trouver un automate à pile qui accepte L .

2 On réfléchit un peu plus

Exercice 4 – Machines à file — indécidabilité

Une file (FIFO) est un modèle de mémoire capable de stocker une chaîne de caractères d'un alphabet, avec deux opérations : $\text{enqueue}(a : \text{char})$, qui ajoute a dans la file en tant que le dernier élément et $\text{dequeue}() : \text{char}$ qui lit le premier élément et l'enlève de la file (si la file est vide cette fonction retourne 0). La machine à file (MàF) a un ensemble fini d'états de contrôle et une seule file. L'entrée x est représentée par la file initialisée à 1^x . Le résultat de calcul est le nombre de 1 dans la file après l'arrêt de la MàF

1. **Formalisation** : Donner une définition formelle de MàF. Soyez succincts.
 - (a) La syntaxe. *Indication: une MàF est un tuple de forme...*
 - (b) La sémantique. *Indication: une configuration, une transition, une exécution, la fonction calculée*
2. **Programmation** : Décrire les MàF qui calculent les fonctions suivantes :
 - (a) $f(x) = 2x$

